

ӘОЖ

ЭЙЛЕР ТҮЗУІ МЕН ШЕҢБЕРІН ОҚЫТУ АРҚЫЛЫ ОҚУШЫЛАРДЫҢ ЗЕРТТЕУШІЛІК ҚҰЗЫРЕТТІЛІГІН ДАМУЫ

**Наурызбаева А.Ш.¹, Боранбаева Ә.С.²*

*^{1, 2} Астана қ. «Республикалық физика-математика мектебі» КеАҚ филиалы, Астана,
Қазақстан*

**(E-mail: altynkul.nauryzbayeva@fizmat.kz¹, assel.boranbayeva@fizmat.kz²)*

Аңдатпа

Бүгінгі таңдағы қоғамның жедел дамуы оқу жүйесінен тек академиялық дайындығы бар мамандарды емес, жаңа идеяларға ашық, күрделі түйткілдерді зерттеп, креативті әрі сыни тұрғыдан ойлана алатын тұлғаларды тәрбиелеуді талап етеді. Ғылым мен техниканың қарыштап өсуі, ақпарат тасқынының артуы және жаңа технологиялардың тұрмысымызға енуі оқушының тек дайын мәліметті қабылдаушы болуымен шектелмеуін міндеттейді. Керісінше, оқушы алған білімін іс жүзінде қолдана білетін, сараптама жасап, болжай алатын, қиын мәселелерді шешуге қабілетті және дербес ой қорыта алатын жеке тұлға болып қалыптасуы тиіс.

Математикалық тәжірибелер және зерттеулер оқушыларды математикалық дайындауда маңызды рөл атқарады. Оларды қолдану математикалық білімді тереңірек және толығырақ игеруде тиімділікті жоғарылатыны дәлелденген, оқушыларда креативті ойлау қасиеттері, гипотезаларды тұжырымдау, логикалық талдаулар, жалпылау, қорытындылау дағдылары қалыптасады.

Сондықтан мақала мақсаты геометрия тақырыбын оқушыларға GeoGebra компьютерлік ортасында математикалық тәжірибе жасата отырып, зерттеулер жүргізуді ұйымдастыру арқылы оқыту болып табылады.

Мақалада геометрияны тереңдетіп оқитын сыныптарда «Эйлер түзуі мен Эйлер шеңбері» тақырыбын оқытуға ұсынылатын дидактикалық әзірлеме қарастырылады. Оқушылар бұл екі теореманы қолданатындай дәрежеде түсіну үшін, оны өз бетімен дәлелдеу керек. Мұнда көптеген нүктелердің қасиеттері қатар қарастырылатындықтан, оқушылардың дербес игеруін қамтамасыз ету үшін күрделі теоремалар, олардың бірізділігі сақтала отырып, тапсырмаларға (леммаларға) бөлінді.

Бұл әдістемелік әзірлемеді мұғалім тек бағыттаушы, ал оқушы осы тамаша нүктелердің қасиеттерін зерттеуші рөлінде болады.

Бұл дайындалған жүйені 9-сынып оқушыларына факультативтік сабақтарда, бейіндік сыныптарда және оқушыларды олимпиадаға дайындау барысында қолдану ұсынылады.

Түйін сөздер: Эйлер түзуі, Эйлер шеңбері, зерттеушілік құзыреттілік, геометрияны оқыту әдістемесі, тамаша нүктелер, дидактикалық тапсырмалар.

Кіріспе. Қазіргі білім беру жүйесінің басты мақсаты — оқушыларға дайын фактілер мен формулаларды жаттату емес, олардың алған білімін өмірде және беймәлім жағдайларда қолдана алу қабілетін, яғни зерттеушілік құзыреттілігін қалыптастыру. Математика, оның ішінде планиметрия курсының оқушының логикалық ойлауын, болжам жасау және оны дәлелдеу дағдыларын дамытуда рөлі ерекше. Тереңдетілген мектеп бағдарламасындағы ең қызықты, әрі терең тақырыптардың бірі саналатын «Үшбұрыштың тамаша нүктелері. Эйлер түзуі мен шеңбері» тақырыбы оқулықтарда көлемді теоремалар ретінде беріледі.

Бұл теоремалардың дәлелдеу жолдары өте ұзақ және көпсатылы логикалық тізбектен тұратындықтан, оқушылар дәлелдеудің соңына жеткенше негізгі идеядан шатасып, қызығушылығын жоғалтып алады. Нәтижесінде, бұл материал сыныпта тек мұғалімнің түсіндіруімен өтеді де, оқушының танымдық белсенділігі төмен күйінде қалады [1].

Егер күрделі екі теореманың мазмұнындағы тамаша нүктелер мен Эйлер шеңберінің тоғыз нүктесінің қасиеттері логикалық тұрғыдан өзара байланысқан кішігірім тапсырмаларға бөлініп берілсе, оқушы материалды қиналмай, өздігінен зерттеп, дәлелдеп шыға алады. Сабақ үдерісінде бұл мақсатты жүзеге асыру үшін арнайы құрастырылған алты практикалық зерттеу тапсырмасы әзірленді.

Зерттеушілік дағдылар — оқушының мәселені өз бетінше анықтау, болжам ұсыну, оны математикалық әдістермен дәлелдеу, алған нәтижелерін талдау және түпкілікті қорытынды шығару қабілеттерінің жиынтығын білдіреді. Басқаша айтқанда, бұл тек математикалық есептерді шығару шеберлігі емес, сонымен бірге логика мен шығармашылықты

тоғыстыратын ойлау мәдениеті. Осы тұрғыда геометрия сабақтары аталған дағдыларды шыңдауға өте тиімді, өйткені әрбір тақырып дайын формуланы қолданып қана қоймай, зерттеу жүргізуге, себеп-салдарлық байланыстарды табуға және ойды қорытуға мүмкіндік береді [2].

Зерттеушілік оқыту — баланың айналаны өзіндік танып-білуге деген табиғи ұмтылысына негізделген оқытудың ерекше тәсілі. Зерттеушілік оқытудың басты мақсаты — оқушының адамзат мәдениетінің кез келген саласында іс-әрекеттің жаңа тәсілдерін өз бетінше, шығармашылықпен меңгеруге және қайта құруға деген дайындығы мен қабілетін қалыптастыру.

Зерттеушілік оқытудың заманауи теориясында оны іс жүзінде жүзеге асырудың үш деңгейі бөліп көрсетіледі:

- мұғалім мәселені қояды және оны шешудің стратегиясы мен тактикасын белгілейді, ал шешімді оқушылар өз бетінше табуы тиіс;

- мұғалім мәселені қояды, бірақ оны шешу әдісін оқушылар өздері іздейді;

- мәселені қою, оны зерттеу әдістерін іздеу және шешімін әзірлеуді оқушылар толығымен өз бетінше жүзеге асырады [3].

«Құзыреттілік» ұғымы деп есептерді шығару үшін жинақталған білімді және алынған тәжірибе негізіндегі дағдыны қолдану қабілеттілігін түсінетін боламыз. «Зерттеу құзыреттілігі» деп өз әрекетін жоспарлай алатын, оның нәтижесін болжай алатын, ақпаратты жинап, оны талдап және жүйелендіре алатын алатын білім мен дағдылар жиынтығын түсінеміз [4].

Геометрияның мектеп курсы оқушылардың зерттеушілік құзыреттілігін қалыптастыруға үлкен мүмкіндіктер береді, ол үшін ақпараттық технологияны қолдану тиімді болады. Қазіргі кезде кең тараған GeoGebra компьютерлік ортасы геометрия сабағында зерттеуді ұйымдастырудың мықты құралы болып табылады. Оның мультиплатформалық, динамикалық, интербелсенділік болып табылатын негізгі ерекшеліктері оқушылардың сыни және креативті ойлауына қолайлы жағдай тудырады. Сондай-ақ, GeoGebra-ны қолдану қолмен салу есептеріне кететін уақытты үнемдеп, оқу процесінің тиімділігін арттырады.

Түсініктеме. ABC үшбұрышы үшін келесі белгілеулерді қолданамыз:

A1, B1, C1 – сәйкесінше BC, AC, AB қабырғаларының орталары;

A2, B2, C2 – сәйкесінше A, B, C төбелерінен түсірілген биіктіктердің табандары;

H- ортоцентр;

A3, B3, C3 – сәйкесінше AH, BH, CH орталары;

M – медианалардың қиылысу нүктесі;

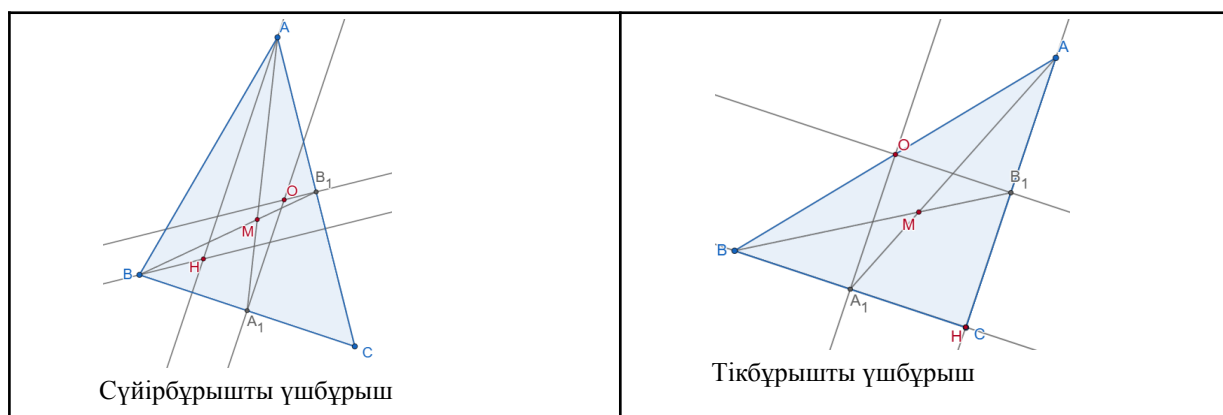
O- сырттай сызылған шеңбердің центрі.

«Эйлер түзуі» тақырыбы төңірегінде зерттеу жобасын қалай құруға және оқушыға қандай бағыттар ұсынуға болатынын қарастырайық.

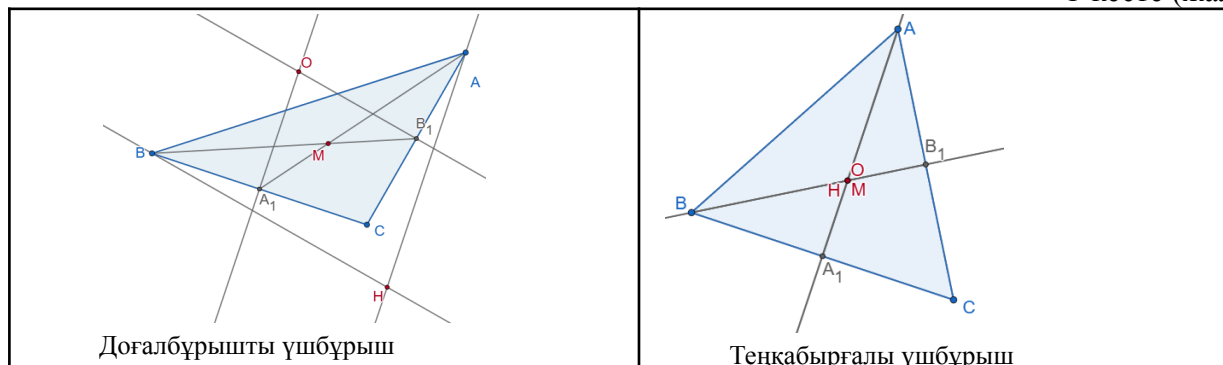
1. Динамикалық модельдеу:

Мұғалім оқушыларға GeoGebra ортасында үшбұрыш (ABC) салып, оның ортоцентрін (H), центроидын (M) және үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің центрін (O) салуға тапсырма береді. Оқушылар үшбұрыштың бір төбесін жылжыта отырып, одан әртүрлі үшбұрыштар жасап көреді, соның ішінде сүйір, доғал, тікбұрышты және теңқабырғалы үшбұрыштар жасап көру талап етіледі (1-кесте).

1-кесте



1-кесте (жалғасы)



2. Проблемалық сұрақ қою:

Осы жерде мұғалім проблемалық сұрақ қояды: «Н, М және О нүктелерінің арасында қандай да бір заңдылықтар байқалды ма? Өз гипотезаларыңды ұсыныңдар». Оқушылар эксперимент жасау арқылы фигураны қалай өзгертсе де, үш тамаша нүктенің арасындағы байланыстар бар екенін байқай алады.

3. Зерттеу гипотезасы:

Оқушылар бақылауларын жалғастыра отырып, өз гипотезаларын тұжырымдайды. Мұғалім диалог арқылы олардың гипотезаларын нақтылайды. Егер оқушылардың ұсынған гипотезалары заңдылықтарды толық қамтымаған жағдайда, мұғалім деңгейлік нұсқаулар беруіне болады. Сонымен оқушылар (мұғалімнің көмегімен немесе көмегінсіз) мынадай гипотезалар жасайды:

1. Н, М және О нүктелері бір түзуде жатады;
2. М нүктесі Н пен О нүктелерінің арасында жатады;
3. НМ мен МО кесінділерінің қатынасы - 2:1;
4. АН пен А1О кесінділерінің қатынасы - 2:1;
5. Теңкабырғалы үшбұрышта Н, М және О нүктелері беттеседі.

4. Аналитикалық дәлелдеу:

Зерттеудің келесі қадамында алынған гипотезаларды аналитикалық жолмен дәлелдеу үшін қатаң математикалық дәлелдеудің әдісін таңдайды (координаталар әдісі, векторлар, ұқсастық т.б.).

Оқушылар гипотезаларды өз бетімен дәлелдеу үшін оларға мынадай үш тапсырманы реттілігін сақтай отырып беруді ұсынамыз.

1-тапсырма

Үшбұрыштың төбесінен оның ортоцентріне дейінгі қашықтық оған сырттай сызылған шеңбер центрінен осы төбеге қарсы қабырғаға дейінгі қашықтықтан 2 есе үлкен екенін дәлелдеңіз 5.

2-тапсырма

Кез келген үшбұрышта ортоцентр, центроид және үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің центрі бір түзуде жататынын дәлелдеңіз 6.

Анықтама. Үшбұрыштың ортоцентрі, центроиды және оған сырттай сызылған шеңбердің центрі арқылы өтетін түзу **Эйлер түзуі** деп аталады.

3-тапсырма

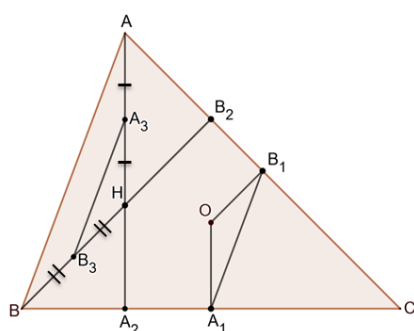
Эйлер түзуінде $HM:MO=2:1$ екенін көрсетіңіз.

Сондай-ақ бұл тапсырмалардың үшбұрыштар ұқсастығын пайдалану арқылы дәлелдеу жолын да көрсеттік. Бұл тапсырмаларды да оқушыларға (қажет болған жағдайда мұғалімнің нұсқауымен) өз бетімен дәлелдеуіне мүмкіндік беру керек.

Осылайша, оқушылар Эйлер түзуін зерттеу арқылы, түзуде жататын нүктелер қасиеттерін және оларға қатысты кесінділер қасиеттерін өз беттерімен дәлелдеп шығады.

1-тапсырма

Үшбұрыштың төбесінен оның ортоцентріне дейінгі қашықтық оған сырттай сызылған шеңбер центрінен осы төбеге қарсы қабырғаға дейінгі қашықтықтан 2 есе үлкен екенін дәлелдеңіз 5.



1-сурет

Берілгені:

$\triangle ABC$ (1-сурет)

AA_2, BB_2 - биіктіктер;

H - ортоцентр;

$A_1 \in BC$ -ның ортасы;

$B_1 \in AC$ -ның ортасы;

O - сырттай сызылған шеңбердің центрі.

Дәлелдеу керек:

$AN=2AO$;

$BN=2BO$.

Дәлелдеуі:

1) A_1B_1 - $\triangle ABC$ -ның орта сызығы $\Rightarrow A_1B_1 \parallel AB$; $A_1B_1 = \frac{1}{2}AB$;

2) A_3B_3 - $\triangle ABH$ -тың орта сызығы $\Rightarrow A_3B_3 \parallel AB$; $A_3B_3 = \frac{1}{2}AB$;

3) $\triangle A_3HB_3$ және $\triangle A_1OB_1$ қарастырамыз:

$A_3B_3 \parallel A_1B_1$ $A_3H \parallel A_1O$ $B_3H \parallel B_1O$ $\Rightarrow \angle A_3HB_3 = \angle A_1OB_1$ және

$A_1B_1 = A_3B_3 \Rightarrow$

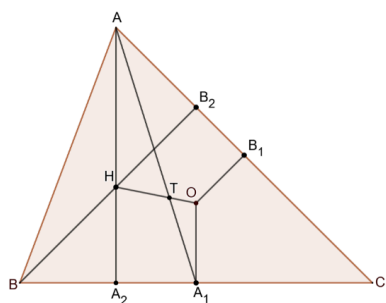
$\Rightarrow \triangle A_3HB_3 \cong \triangle A_1OB_1 \Rightarrow A_3H = A_1O$; $B_3H = B_1O$;

$A_3H = AH = A_1O$; $B_3H = BH = B_1O$.

Дәлелдеу керекі осы.

2-тапсырма

Кез келген үшбұрышта ортоцентр, центроид және үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің центрі бір түзуде жататынын дәлелдеңіз 6.



2-сурет

Берілгені:

$\triangle ABC$ (2-сурет)

H - ортоцентр;

O - сырттай сызылған шеңбердің центрі;

M - центроид;

Дәлелдеу керек:

H, M, O - бір түзуде жатады

Дәлелдеуі:

Алдыңғы тапсырмадағы белгілеулерді қолданайық.

1. AA_1 - медиана, $AA_1 \cap OH = T$ болсын. Осы T нүктесінің центроид екенін дәлелдесек жеткілікті.
2. $\triangle ANT$ мен $\triangle A_1OT$ -ны қаарстырайық:
 $AN \parallel A_1O$ AA_1 -қиюшы $\Rightarrow \angle NAT = \angle OA_1T$;
 $\angle ATH = \angle A_1TO$ (вертикаль бұрыштар) $\Rightarrow \triangle ANT \sim \triangle A_1OT$ және $ANA_1O = 2$.
 Ендеше $AT = 2A_1T \Rightarrow AT : A_1T = 2:1 \Rightarrow T$ нүктесі – $\triangle ABC$ -ның центроиды.
 T нүктесі M нүктесімен беттеседі. $H, M, O \in HO$ түзуінде жатады.

Дәлелдеу керегі осы.

Анықтама. *Үшбұрыштың ортоцентрі, центроиды және оған сырттай сызылған шеңбердің центрі арқылы өтетін түзу Эйлер түзуі деп аталады.*

3-тапсырма

Эйлер түзуінде $HM : MO = 2:1$ екенін көрсетіңіз.

Дәлелдеуі: 2-тапсырмадан $\triangle ANT \sim \triangle A_1OT$, ұқсастық коэффициенті 2 екенін білеміз. Ендеше $HM : MO = 2:1$. *Дәлелдеу керегі осы.*

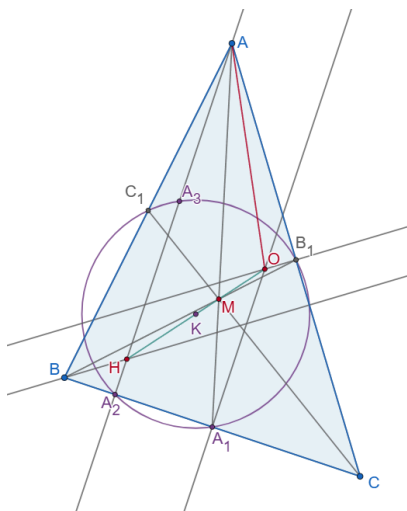
Келесі тақырыбымыз «**Эйлер шеңбері немесе тоғыз нүкте шеңберін**» оқушыларға зерттеу үшін мынадай тапсырма беруге болады.

Алдыңғы эксперименттегі үшбұрышты, ондағы белгілеулерді қалдырайық.

Тапсырма: HO кесіндісінің ортасын K нүктесі деп белгілейік. Центрі K болатын және A_1 нүктесі арқылы өтетін шеңбер салыңдар. Бұл шеңберді S деп белгілейік (3-сурет).

Оқушылар берілген үшбұрышты түрлендіре отырып, GeoGebra платформасында динамикалық модельдеу жүргізеді.

Зерттеу сұрағын мұғалім қоюға болады: « S шеңбері тағы қандай нүктелер арқылы өтеді?».



3-сурет

Олар AA_2 перпендикулярдың табаны болып табылатын A_2 нүктесі арқылы өтетінін өздері ұсына алады (ол суреттен оңай байқалады). Ал мұғалім: « A_3 нүктесі S шеңберінде жата алады ма?», « S шеңберінің радиусы мен үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбер радиусының арасында байланыс бар ма?» деп деңгейлік сұрақтар қоюына болады. Сонымен мынадай **гипотезалар** пайда болады:

1. S шеңберінде үшбұрыш қабырғаларының орталары, биіктіктердің табандары және AN, BH, CH кесінділерінің орталары жатады.
2. Үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбер радиусы (сызбада $AO = R_{ABC}$) S шеңберінің радиусынан (сызбада KA_1 , оны R_9 деп белгілейік) екі есе үлкен $R_{ABC} = 2R_9$.

Бұл гипотезаларды классикалық, векторлық, гомотетия әдістерімен дәлелдеуге болады. Оқушыларға классикалық әдіспен дәлелдеуге жетелеу үшін 4, 5, 6-тапсырмалар ретімен ұсынылады.

4-тапсырма

Үшбұрыштың қабырғаларының орталары мен биіктіктерінің табандары бір S шеңберінде жататынын дәлелдеңіз.

5-тапсырма

Үшбұрыштың төбесін ортоцентрмен қосатын кесінділердің орталары S шеңберінде жататынын дәлелдеңіз 7.

Анықтама

Үшбұрыштың қабырғаларының орталары, биіктіктерінің табандары және төбені ортоцентрмен қосатын кесінділердің орталары бір шеңберде жатады. Бұл шеңбер **Эйлер шеңбері** немесе **тоғыз нүкте шеңбері** деп аталады.

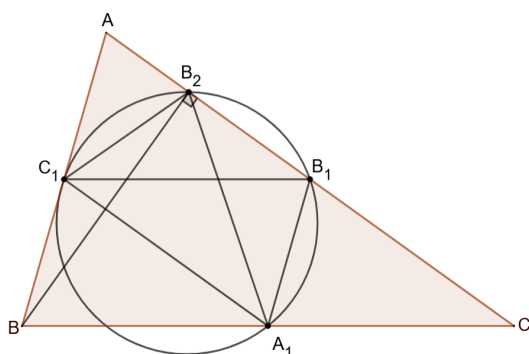
6-тапсырма

Тоғыз нүкте шеңберінің радиусы үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің радиусының жартысына тең екенін дәлелдеңіз 1.

Сондай-ақ бұл тапсырмалардың дәлелдеулерінің бір тәсілін көрсеттік. Бұл тапсырмаларды да оқушыларға өз бетімен дәлелдеуіне (қажет болған жағдайда мұғалімнің нұсқауымен) мүмкіндік беру керек.

4-тапсырма

Үшбұрыштың қабырғаларының орталары мен биіктіктерінің табандары бір S шеңберінде жататынын дәлелдеңіз.



4-сурет

Берілгені:

$\triangle ABC$ (4-сурет)

A_1, B_1, C_1 –
сәйкесінше BC, AC, AB
орталары, A_2, B_2, C_2 –
биіктіктердің табандары.

Дәлелдеу керек:

$A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2 \in S$

Дәлелдеуі:

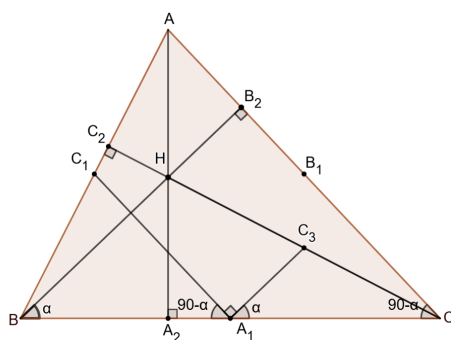
1. A_1, B_1, C_1 арқылы өтетін S шеңберің саламыз. BB_2 – $\triangle ABC$ биіктігі. $B_2 \in S$ екенін дәлелдейік.
2. A_1, B_1, C_1 – қабырғалардың орталары. Онда A_1B_1, B_1C_1, A_1C_1 – үшбұрыштың орта сызықтары, ендеше $B_1C_1 = \frac{1}{2}BC$.
3. $\triangle BB_2C$ – тік, B_2A_1 – гипотенузаға жүргізілген медиана, онда $B_2A_1 = \frac{1}{2}BC$.
4. $B_1C_1 = B_2A_1$, онда $A_1B_1B_2C_1$ – диагональдары тең төртбұрыш.
5. $A_1C_1 \parallel AC$, онда $A_1B_1B_2C_1$ – теңбүйірлі трапеция.
6. Теңбүйірлі трапецияға сырттай шеңбер сызуға болады, ендеше $B_2 \in S$.

Осылайша, $A_2, C_2 \in S$. Ендеше алты нүкте де S шеңберінде жатады.

Дәлелдеу керегі осы.

5-тапсырма

Үшбұрыштың төбесін ортоцентрмен қосатын кесінділердің орталары S шеңберінде жататынын дәлелдеңіз 7.



5-сурет

Берілгені:

$\triangle ABC$ (5-сурет)

H – ортоцентр,

A_3, B_3, C_3 – сәйкесінше

AN, BN, CN орталары.

Дәлелдеу керек: $A_3, B_3,$

C_3S

Дәлелдеуі:

1. $\triangle BB_2C$ -тік: $\angle B_2BC = \alpha$, $\angle BCB_2 = 90^\circ - \alpha$.
2. $A_1C_1 \parallel AC$ (орта сызық), онда $\angle BA_1C_1 = 90^\circ - \alpha$ (параллель түзулердегі сәйкес бұрыштар).
3. C_3 – CH ортасы, A_1 – BC ортасы. Онда $A_1C_3 \parallel BH$. Ендеше $\angle C_3A_1C = \alpha$ (параллель түзулердегі сәйкес бұрыштар).
4. $\angle C_1A_1C_3 = 180^\circ - \alpha + 90^\circ - \alpha = 90^\circ$.
5. $A_1C_1C_2C_3$ төртбұрышын қарастырайық. $\angle C_1A_1C_3 = 90^\circ$, $\angle C_1C_2C_3 = 90^\circ$. Онда $\angle C_1A_1C_3 + \angle C_1C_2C_3 = 180^\circ$. Ендеше, $A_1C_1C_2C_3$ – шеңберге іштей сызылған төртбұрыш.
6. A_1, C_1, C_2S , онда C_3S

Осылайша, A_3, B_3 те $\in S$. Ендеше барлығы тоғыз нүкте S шеңберінде жатады.

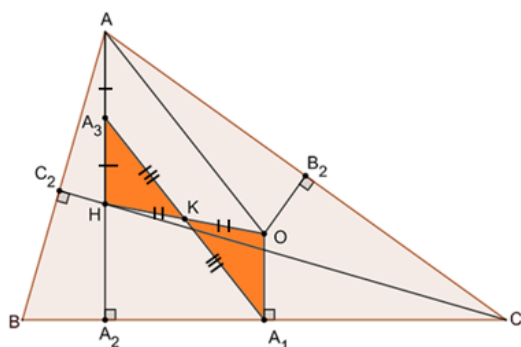
Дәлелдеу керекі осы.

Анықтама

Үшбұрыштың қабырғаларының орталары, биіктіктерінің табандары және төбені ортоцентрмен қосатын кесінділердің орталары бір шеңберде жатады. Бұл шеңбер **Эйлер шеңбері** немесе **тоғыз нүкте шеңбері** деп аталады.

6-тапсырма

Тоғыз нүкте шеңберінің радиусы үшбұрышқа сырттай сызылған шеңбердің радиусының жартысына тең екенін дәлелдеңіз 1.



6-сурет

Берілгені:

$\triangle ABC$ (6-сурет)

R_{ABC} – $\triangle ABC$ -ға сырттай сызылған шеңбердің радиусы,

R_9 – тоғыз нүкте шеңберінің радиусы.

Дәлелдеу керек: $R_9 = R_{ABC}/2$

Дәлелдеуі:

1. H – ортоцентр, O – сырттай сызылған шеңбердің центрі, A_3 – AN ортасы. $A_1A_3 \cap OH = K$ деп белгілейік.
2. $A_1O \parallel HA_3$, $HA_3 = A_1O$, онда HA_3OA_1 – параллелограмм. Ендеше K – диагональдардың қиылысу нүктесінде диагональдар қарқ бөлінеді: $A_3K = KA_1$, $HK = KO$.
3. $A_1, A_2, A_3 \in S$, $\angle A_1A_2A_3 = 90^\circ$. Онда A_1A_3 – S шеңберінің диаметрі.

$A3K=KA1=R9$ – тоғыз нүкте шеңберінің радиусы. K – тоғыз нүкте шеңберінің центрі (НО-ның ортасы).

4. $A1O \parallel AA3$, $AA3=A1O$, онда $A3AOA1$ – параллелограмм. Ендеше $AO=A3A1$.
5. $AO=RABC$, $A3A1=2R9$ -тоғыз нүкте шеңберінің диаметрі.
6. $RABC=2R9$

Дәлелдеу керегі осы.

Сонымен, оқушылар Эйлер шеңберін зерттеу арқылы, тоғыз нүктенің бір шеңберде жататынын және шеңберлер радиустарының қатынасын өз беттерімен дәлелдеп шығады.

Қорытынды. Геометрияның күрделі теоремаларын оқыту барысында оқушының зерттеушілік құзыреттілігін дамыту — заманауи әдістеменің өзекті міндеттерінің бірі. Жүргізілген жұмыс нәтижесінде Эйлер түзуі мен шеңберіне қатысты көлемді материалды алты дербес, қарапайым тапсырмаға бөліп оқытудың тиімділігі негізделді.

Ұсынылған дидактикалық тәсіл келесідей қорытындылар жасауға мүмкіндік береді:

1. Танымдық кедергілерді еңсеру: дәлелдеуді қажет ететін көптеген қасиеттерді (үшбұрыш қабырғаларының ортасы, биіктік табандары, ортоцентр қасиеттері) кішігірім кадамдарға бөлу оқушылардың теориялық материалды жеңіл игеруіне жағдай жасады.
2. Зерттеушілік дағдыны қалыптастыру: АКТ қолдану арқылы оқушылар дайын ақпаратты жаттамай, заңдылықтарды өздері байқап, гипотеза ұсынуды және оны кезең-кезеңімен дәлелдеуді үйренді.
3. Мұғалім мен оқушы рөлінің өзгеруі: бұл әдістемеді мұғалім тек бағыттаушы рөлін атқарса, оқушы білімді өздігінен өндіруші субъектіге айналды.

Дайындалған алты тапсырмадан тұратын жүйе мектептердегі геометриялық факультативтерде, мамандандырылған мектептердің бейіндік сыныптарында және олимпиадаға дайындық барысында оқушылардың математикалық мәдениеті мен зерттеушілік әлеуетін арттырудың тиімді құралы ретінде ұсыныла алады.

ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

- 1 Мерзляк А.Г., Поляков В.М. Геометрия: 8-й класс. Вентана-Граф, 2019.
- 2 А.Ш Шоқанова. Негізгі мектеп оқушыларында зерттеушілік қабілеттерді дамытудағы алгебраның рөлі. *Qazaq Journal of Young Scientist*. 2026. № 4. 66-72 бет
- 3 Шарипов Ф.В. Оқушылардың шығармашылық қабілеттерін дамыту құралы ретіндегі зерттеу арқылы оқыту // Международный журнал экспериментального образования. 2016. № 6. 43-46 б.
- 4 Чернобровкина Ю. В., Тарасова О. В. Формирование исследовательских компетенций младших школьников на уроках математики. Ученые записки. Электронный научный журнал Курского государственного университета. 2020. № 2 (54). С. 233-239.
- 5 Гордин Р.К. Геометрия, Планиметрия. 7-9 класы. – 9-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2019. – 416 с.: ил.
- 6 Прасолов В.В. Решение задач повышенной сложности по геометрии. 7-9 классы: учебное пособие. Просвещение, 2019. – 239 б.
- 7 Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. МЦНМО, 2019. – 640 б.

REFERENCES

- 1 Merzlyak, A. G., & Polyakov, V. M. (2019). *Geometriya: 8-y klass* [Geometry: 8th grade]. Ventana-Graf.
- 2 Shokanova, A. Sh. (2026). Negizgi mektep oqushylarynda zertteushilik qabiletterdi damytudaghy algebranyng roli [The role of algebra in developing research abilities in primary school students]. *Qazaq Journal of Young Scientist*, (4), 66–72.

3 Sharipov, F. V. (2016). Oqushylardyng shygarmashylyq qabileterin damytu quraly retindegi zertteu arqyly oqytu [Teaching through research as a tool for developing students' creative abilities]. *Mezhdunarodnyy zhurnal eksperimental'nogo obrazovaniya*, (6), 43–46.

4 Chernobrovkina, Yu. V., & Tarasova, O. V. (2020). Formirovanie issledovatel'skikh kompetentsiy mladshikh shkol'nikov na urokakh matematiki [Developing research competencies of primary school students in mathematics lessons]. *Uchenye zapiski. Elektronnyy nauchnyy zhurnal Kurskogo gosudarstvennogo universiteta*, (2), 233–239.

5 Gordin, R. K. (2019). *Geometriya, Planimetriya. 7-9 klassy* [Geometry, Planimetry. Grades 7-9] (9th ed.). MCCME.

6 Prasolov, V. V. (2019). *Reshenie zadach povyshennoy slozhnosti po geometrii. 7-9 klassy: uchebnoe posobie* [Solving advanced geometry problems. Grades 7-9: Study guide]. Prosveshchenie.

7 Prasolov, V. V. (2019). *Zadachi po planimetrii* [Problems in planimetry]. MCCME.

РАЗВИТИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ УЧАЩИХСЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ПРЯМОЙ И ОКРУЖНОСТИ ЭЙЛЕРА

Наурызбаева А.Ш.¹, Боранбаева Ә.С.²

^{1, 2} Филиал НАО «Республиканская физико-математическая школа» в г. Астана, Астана, Казахстан

Аннотация

Сегодня быстрое развитие общества требует от системы образования воспитания не просто специалистов с академической подготовкой, но и личностей, открытых к новым идеям, способных исследовать сложные проблемы, мыслить креативно и критически. Стремительный рост науки и техники, увеличение информационного потока и внедрение новых технологий в нашу жизнь обязывают к тому, чтобы ученик не ограничивался лишь ролью получателя готовой информации. Напротив, ученик должен сформироваться как личность, способная применять полученные знания на практике, проводить анализ, прогнозировать, решать трудные задачи и самостоятельно делать выводы.

Математические эксперименты и исследования играют важную роль в математической подготовке учащихся. Доказано, что их применение повышает эффективность более глубокого и полного усвоения математических знаний, у учащихся формируются качества креативного мышления, навыка сформулировать гипотезы, проведения логического анализа, обобщения и подведения итогов.

Поэтому целью статьи является обучение теме геометрии путем организации проведения исследований, давая учащимся выполнять математические эксперименты в компьютерной среде GeoGebra.

В статье рассматривается дидактическая разработка, предлагаемая для обучения теме «Прямая Эйлера и окружность Эйлера» в классах с углубленным изучением геометрии. Чтобы учащиеся понимали эти две теоремы на уровне, позволяющем их применять, они должны доказать их самостоятельно. Поскольку здесь одновременно рассматриваются свойства множества точек, для обеспечения самостоятельного освоения учащимися сложные теоремы с сохранением их последовательности были разделены на задания (леммы).

В этой разработке учитель выступает исключительно в роли координатора (наставника), а учащийся становится исследователем свойств этих замечательных точек.

Рекомендуется использовать разработанную систему на факультативных занятиях, в профильных классах, а также в процессе подготовки учащихся 9-классов к олимпиадам.

Ключевые слова: прямая Эйлера, окружность Эйлера, исследовательская компетентность, методика обучения геометрии, замечательные точки, дидактические задания.

DEVELOPMENT OF STUDENTS' RESEARCH COMPETENCE BY TEACHING THE EULER LINE AND EULER CIRCLE

Nauryzbayeva A.Sh.¹, Boranbayeva A.S.²

^{1, 2} National School of Physics and Math in Astana, Astana, Kazakhstan

Annotation

Today, the rapid development of society requires from the educational system not only the upbringing of specialists with academic training, but also individuals who are open to new ideas, capable of exploring complex

problems, and thinking creatively and critically. The rapid growth of science and technology, the increase in information flows, and the integration of new technologies into our daily lives make it imperative that the student is not limited to being a mere recipient of ready-made information. On the contrary, the student must form as an individual capable of applying the acquired knowledge in practice, conducting analysis, forecasting, solving difficult problems, and drawing independent conclusions.

Mathematical experiments and research play an important role in the mathematical preparation of students. It has been proven that their use increases efficiency in achieving a deeper and more complete assimilation of mathematical knowledge, forming in students qualities of creative thinking, skills of formulating hypotheses, conducting logical analysis, generalizing, and summarizing results.

Therefore, the purpose of the article is to teach a geometry topic by organizing research while having students conduct mathematical experiments in the GeoGebra computer environment.

The article considers a didactic development proposed for teaching the topic "The Euler Line and the Euler Circle" in classes with an in-depth study of geometry. In order for students to understand these two theorems to a degree that allows their application, they must prove them independently. Since the properties of many points are considered simultaneously here, to ensure independent mastery by students, complex theorems were divided into tasks (lemmas) while maintaining their sequence.

In this methodical development, the teacher acts only as a guide, while the student takes on the role of a researcher of the properties of these remarkable points.

It is recommended to use this system for 9th-grade students in elective classes, specialized classes, and Olympiad preparation sessions.

Keywords: Euler line, Euler circle, research competence, geometry teaching methodology, remarkable points, didactic tasks.

АВТОРЛАР ТУРАЛЫ МӘЛІМЕТ / СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT AUTHORS

Наурызбаева Алтынкуль Шегебаевна – техника ғылымдарының магистрі, математика пән мұғалімі, Астана қ. «Республикалық физика-математика мектебі» КеАҚ филиалы, Астана, Қазақстан, altynkul.nauryzbayeva@fizmat.kz

Наурызбаева Алтынкуль Шегебаевна – магистр технических наук, учитель математики, филиал НАО «Республиканская физико-математическая школа» в г. Астана, Астана, Казахстан, altynkul.nauryzbayeva@fizmat.kz

Nauryzbayeva Altynkul Shegebayevna – Master of Technical sciences, mathematics teacher, National school of Physics and Math in Astana, Astana, Kazakhstan, altynkul.nauryzbayeva@fizmat.kz

Боранбаева Әсел Сайынқызы – жаратылыстану ғылымдарының магистрі, математика пәні мұғалімі, Астана қ. «Республикалық физика-математика мектебі» КеАҚ филиалы, Астана, Қазақстан, assel.boranbayeva@fizmat.kz

Боранбаева Әсел Сайынқызы – магистр естественных наук, учитель математики, филиал НАО «Республиканская физико-математическая школа» в г. Астана, Астана, Казахстан, assel.boranbayeva@fizmat.kz

Boranbayeva Asel Saiynkyzy – Master of Natural Sciences, mathematics teacher, National school of Physics and Math in Astana, Astana, Kazakhstan, assel.boranbayeva@fizmat.kz